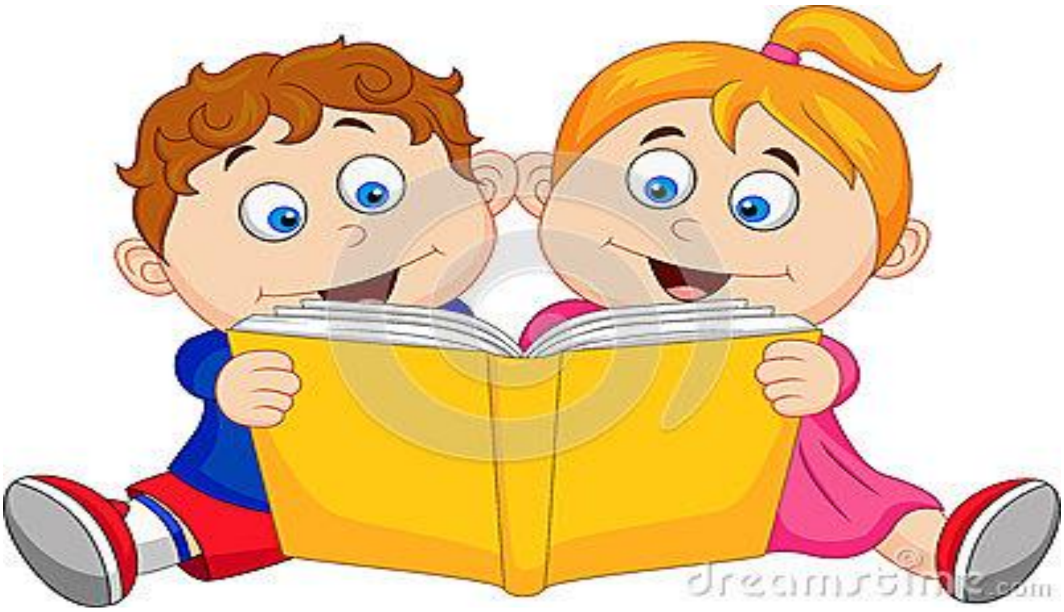
LUDICAMENTE

Racconti, giochi e quiz

.



Presentazione

Con il laboratorio "LudicaMENTE" l'IIS Costanzo si propone di sperimentare la produzione autonoma di materiali didattici, rivolti agli studenti e all'intera comunità scolastica, in chiave ludica. L'obiettivo è creare uno spazio culturale e creativo, in cui i ragazzi abbiano un approccio ludico e alternativo alle discipline, che fornisca spunti di riflessione e stimoli per approfondimenti individuali o di gruppo, anche all'interno delle ore curricolari.

Inizieremo con la matematica ri-creativa. Si dice spesso che la matematica sia la pecora nera tra tutte le discipline scolastiche, poiché talvolta gli studenti vedono in essa solo una serie di "regole" e "dogmi" da imparare a memoria. Eppure c'è un settore della matematica che, quando viene proposto ai ragazzi, non solo li diverte, ma consente loro di scoprire il fascino e la potenza del ragionamento logico, attraverso enigmi che si ispirano a problemi pratici e alla vita quotidiana. Questa branca è la "matematica ricreativa".

Molti studenti, anche quelli poco interessati alla disciplina, se messi di fronte ad un indovinello, ne rimangono affascinati e si divertono molto nel tentativo di risolverlo. E spesso ci riescono!

Questo aspetto della logica ricreativa non dovrebbe essere sottovalutato, non soltanto per la sua capacità di divertire, ma anche e soprattutto per il suo innegabile valore pedagogico. Infatti, il gioco matematico è uno strumento molto efficace che può aiutare l'insegnante a catturare l'interesse degli scolari e, nel contempo, può aiutare gli studenti apparentemente meno portati verso la matematica a recuperare la propria autostima.

Diceva Quintiliano: *"I discenti non sono vasi da riempire, ma fiaccole da accendere"*.

Nel presente manuale il lettore verrà sfidato a risolvere giochi, indovinelli e problemi ispirati alla vita di tutti i giorni. Non mancheranno, tra un gioco e l'altro, aneddoti e curiosità su matematici famosi, sulle loro vite, le loro manie, le loro brillanti intuizioni. Aspetti umani e caratteriali, che solitamente restano nell'ombra dei seriosi libri scolastici, ma che ci svelano quanta vibrante vitalità si nasconda dietro un teorema o un concetto matematico.

Buon divertiment☺ !

RACCONTAMI…

Si dice che i matematici abbiano la testa per aria. Sarà vero? Chissà! Fatto sta che del matematico Weiner si racconta fosse davvero molto distratto. La storiella che stiamo per raccontarvi pare sia accaduta realmente.

Il giorno in cui la sua famiglia doveva traslocare da Cambridge a Newton sua moglie era molto preoccupata. Siccome era certa che egli si sarebbe dimenticato sia del fatto che avevano traslocato, sia dove avevano traslocato, ella scrisse su un foglietto il loro nuovo indirizzo e gli disse mi metterselo in tasca.

Naturalmente, durante il giorno Weiner ebbe un'intuizione matematica. Così si frugò nelle tasche, trovò un pezzo di carta e vi scarabocchiò sopra alcune note. Poi si rese conto che c'era un errore e buttò via il foglio. In serata tornò a casa, al suo vecchio indirizzo, naturalmente.

Trovando tutto chiuso, si ricordò che avevano traslocato ma non aveva idea di dove si erano trasferiti e di dove fosse finito il foglietto con il nuovo indirizzo.

Per fortuna gli venne un'idea. C'era una ragazza sulla strada ed egli pensò di chiederle se sapeva dove la sua famiglia si era trasferita. Tutto sommato qualcuno del luogo doveva pur conoscerlo!

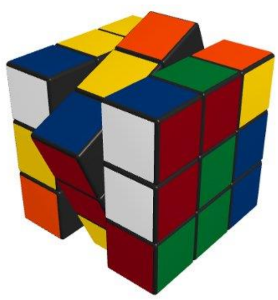
Si avvicinò alla ragazza e le chiese:

- Mi scusi signorina, forse lei mi conosce. Sono Norbert Weiner e la mia famiglia ha traslocato proprio oggi. Per caso lei sa mica dove ci siamo trasferiti?

La ragazza gli rispose:

- Si, papà, la mamma mi ha mandato a cercarti. Vieni, ti accompagno a casa.
(Web, Richard Harter, Computer Corp. Of America, Cambridge, MA)

Gioca con me...



Sulla riva di un fiume ci sono un barcaiolo, un lupo, una capra e una cesta di cavoli. L'uomo li deve trasportare da una sponda all'altra con la barca. Tenendo conto che il nostro amico può trasportare al massimo uno di essi, come può fare a portare dall'altra parte del fiume tutti e tre sani e salvi, impedendo che, durante il trasporto, la capra mangi i cavoli, o che il lupo mangi la capra? (Per esempio, se il barcaiolo trasportasse prima il lupo, resterebbero a terra capra e cavoli, e ciò non va bene perché la capra mangerebbe i cavoli!)

Risolvimi…

Carla ha un girovita di 80 cm. Vuole realizzare una cintura per sé, ma dispone di un nastro lungo soltanto 50 cm. Allora cerca di trovare un altro nastro da cucire all' estremità di quello che già possiede. Frugando tra gli oggetti di sua sorella trova un nastro di uguale colore, lungo 4 dm. Se Anna unisce i due nastri può realizzare una cintura? Perché?

RACCONTAMI...

LO SPIRITOSO TRUCCO PER RICORDARE LA TABELLINA DEL NOVE

Un candidato ad un concorso si trova in difficoltà nel compilare il seguente schema, del quale conosce solamente la prima e l'ultima risposta:

9 x 1 = 9
9 x 2 =
9 x 3 =
9 x 4 =
9 x 5=
9 x 6 =
9 x 7 =
9 x 8 =
9 x 9 =
9 x 10 = 90

Poiché per superare la prova bisogna dare almeno la metà delle risposte esatte, il nostro amico va a numerare, dall'alto verso il basso, quelle incomplete, per vedere se ha raggiunto il numero sufficiente di risposte richiesto:

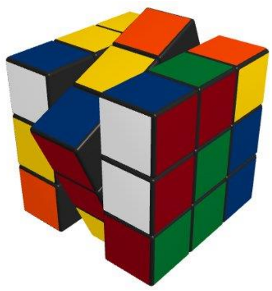
9 x 1= 9
9 x 2 = 1
9 x 3 = 2

9 x 4 = 3
9 x 5 = 4
9 x 6 = 5
9 x 7 = 6
9 x 8 = 7
9 x 9 = 8
9 x 10 = 90

Non sicuro di aver contato bene, vuole ripetere la numerazione, ma stavolta dal basso verso l'alto:

9 x 1= 9
9 x 2 = 18
9 x 3 = 27
9 x 4 = 36
9 x 5 = 45
9 x 6 = 54
9 x 7 = 63
9 x 8 = 72
9 x 9 = 81
9 x 10 = 90

Sconsolato, l'aspirante consegna il suo foglio, convinto di non aver superato l'esame. Ma, con sua grande meraviglia, qualche tempo dopo, si ritrova nella graduatoria dei vincitori. Aveva risposto bene a tutte le domande!



Gioca con me...

Un uomo vive al dodicesimo piano di un palazzo. Ogni mattina prende l'ascensore, si dirige a piano terra e lascia l'edificio.
La sera, ritornando a casa, prende l'ascensore per salire al suo appartamento, e se c'è qualcuno dentro, o se quel giorno piove, va direttamente al suo piano.
Invece, se non c'è nessun altro che in quel momento utilizza l'ascensore, o se quel giorno non piove, va al decimo piano e sale due piani di scale a piedi fino al suo appartamento.
Come spieghi questa strana abitudine?

Risolvimi…

In un supermercato si vendono le uova in due diverse confezioni, che ne contengono rispettivamente 10 e 12.
In un giorno è stato venduto un numero di contenitori da 12 uova doppio di quelli da 10, per un totale di 544 uova. Quanti contenitori da 10 uova sono stati venduti?

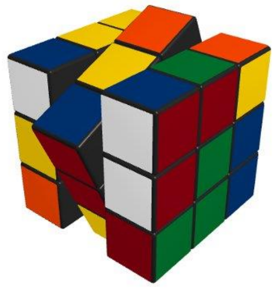
RACCONTAMI…

La commovente storia di Ramanujan

Molte barzellette prendono benevolmente “in giro” i professionisti in divisa, per caricaturare il fatto che questi uomini d’azione non abbiano gran dimestichezza col ragionamento. Eppure, la storia della matematica smentisce questa credenza. Infatti, non tutti sanno che dagli ambienti della Capitaneria di porto di Madras, nell’ India di inizio ‘900, emerse uno dei più brillanti talenti matematici di tutti i tempi: Srinivasa Ramanujan. Nato in un piccolo villaggio indiano da una famiglia poverissima, Ramanujan non ebbe mai la possibilità di seguire un regolare corso di studi. Tuttavia, già da piccolo rivelò uno straordinario intuito. All’età di quindici anni, ricevette in regalo un libro contenente un elenco di oltre 4000 teoremi matematici, senza dimostrazioni. Il giovane Ramanujan si appassionò talmente alla lettura di questo testo che passò gli anni seguenti a spiegare tutte le formule contenute in esso.

La creatività che albergava in questo giovane, privo di un’istruzione formale ma che riusciva a inventare le formule dal nulla, ebbe sempre

qualcosa di misterioso. Ramanujan sosteneva che le idee gli venivano portate in sogno dalla dea Namagiri, protettrice della sua famiglia.
Negli uffici della capitaneria di porto di Madras, Ramanujan si interessò alla ricerca di una formula che potesse generare i numeri primi. Problema quest'ultimo a cui si erano interessati e si stavano ancora interessando i più grandi matematici dell'epoca, da Gauss a Hardy, nel tentativo di ricostruire la formula scoperta da Riemann cinquant'anni prima e andata persa dopo la sua morte. Così, invece di impegnarsi nell'occupazione tediosa di tenere i registri contabili, egli passava le ore a riempire taccuini di calcoli e osservazioni. Quando nel 1913 Ramanujan inviò la sua formula dei numeri primi al grande matematico inglese G. H. Hardy, quest'ultimo capì che si trattava dell'opera di un genio.
Tra Hardy e Ramanujan nacque una profonda stima reciproca. Hardy cercò di aiutare economicamente l'amico in tutti i modi, trovandogli finanche una sistemazione presso l'università di Cambridge. Gli anni trascorsi a Cambridge videro una collaborazione appassionante tra Hardy e Ramanujan, che traevano piacere l'uno dalle idee dell'altro. Hardy ricorda il periodo trascorso con Ramanujan come uno dei più felici della sua vita.
Tuttavia, il clima freddo di Cambridge non giovò alla salute di Ramanujan, che si ammalò di tubercolosi. Si racconta che Hardy disse a Ramanujan malato nell'ospedale di Putney: " *Il numero del mio taxi è il 1729, mi sembra un numero alquanto stupido*".
Al che Ramanujan rispose:" No Hardy! No! E' un numero molto interessante. Il più piccolo esprimibile come somma di due cubi in due modi diversi: 1729 = 10^3 + 9^3 = 12^3 + 1^3".
Ramanujan morì a 33 anni tra le braccia di sua moglie. Hardy, per ricordare il genio di Ramanujan scriverà: " *Quando sono depresso e costretto ad ascoltare gente pomposa e noiosa, mi dico: Beh!, io ho fatto una cosa che voi non avreste mai potuto fare e cioè aver collaborato con Ramanujan pressappoco alla pari*".

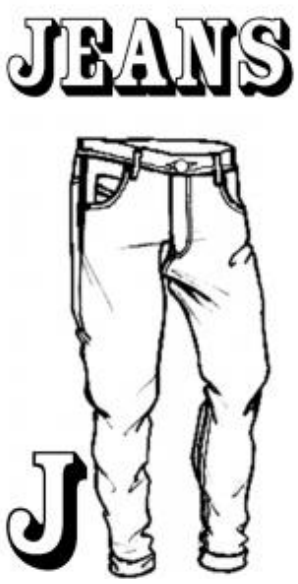


Gioca con me…

In pizzeria, Carlo e Pino ordinano due pizze. Carlo ne chiede una normale, di 20 cm di raggio, mentre Pino ne ordina una di formato maxi(di stesso gusto e spessore), di raggio doppio, ossia di 40 cm. Al momento di pagare il conto, Carlo paga 3 euro, mentre Pino ne paga 12. Pino si arrabbia, facendo notare alla cassa che la sua pizza, avendo raggio doppio di quella di Carlo, dovrebbe costare il doppio e non il quadruplo. Ma, il cassiere, che è un giovane studente amante della matematica, gli dà la corretta spiegazione del prezzo più alto. Qual è la spiegazione?

Risolvimi…

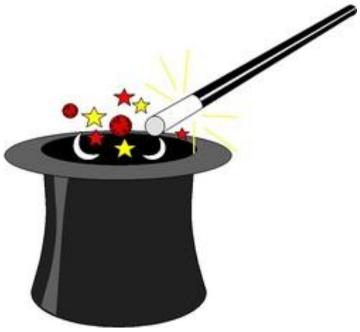
Maria deve comprare un maglione che costa 85 Eu e un jeans che costa 110 Eu. Gli stessi due articoli di abbigliamento si trovano in due negozi. In un primo negozio, per ognuno di questi capi lo sconto è del 20%. In un altro negozio lo sconto è del 15%, ma se si raggiunge la cifra di 120 Eu si ha un ulteriore sconto del 10% sulla cifra già scontata. In quale negozio a Maria conviene acquistare il maglione e il jeans?



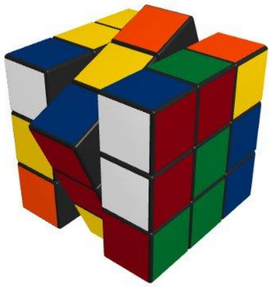
RACCONTAMI…

Una simpatica magia con i numeri

Ci sono dei giochi matematici che, se svolti alla presenza di spettatori, riescono ad avere un effetto sorpresa grazie al misterioso meccanismo che ne determina sempre la riuscita. Interessanti esempi di "magie" matematiche ce li offre Walt Disney nel cartoon ***" La matemagica "***, nel quale molte proprietà dei numeri e concetti geometrici vengono spiegati ai ragazzi, con un linguaggio semplice e coinvolgente, da fantastici personaggi animati.
Altre "stranezze" che riguardano i numeri le abbiamo scovate spulciate nei testi di logica ricreativa. Volete stupire i vostri amici? Allora non perdetevi questo simpatico gioco da salotto.



Chiedete ad uno spettatore A di pensare un qualsiasi numero di tre cifre e di scriverlo su un foglietto due volte di seguito, in modo da ottenere un numero di sei cifre (per esempio, 394.394). Voltandovi di spalle in modo da non poter vedere il numero, chiedete ad A di passare il foglio ad un altro spettatore B, al quale chiederete di dividere il numero per 7.
"***Non preoccupatevi del resto***" gli direte " ***perché non c'è***". B resterà sorpreso nello scoprire che avete ragione(per esempio, 394.394 diviso per 7 dà 56.342). Senza dirvi il risultato egli lo passerà allo spettatore C, che dovrà dividerlo per 11. Ancora una volta dichiarerete che non c'è resto ed avrete ragione anche questa volta (56.342 diviso 11 dà 5.122).
Sempre con la schiena girata e, naturalmente, senza conoscere alcuno dei numeri ottenuti con questi calcoli, rivolgetevi ad un quarto spettatore D perché divida l'ultimo risultato per 13. Risulterà ancora una divisione esatta
(5.122 diviso 13 dà 394). Il risultato finale viene scritto su un pezzetto di carta, che viene piegato e dato a voi. Senza leggerlo passatelo allo spettatore A e ditegli di aprire e di controllare che vi risulti il suo numero originale di tre cifre. Questo gioco riesce sempre, qualunque sia il numero di tre cifre scelto in partenza? Perché? Rifletteteci un po'... **;-)**

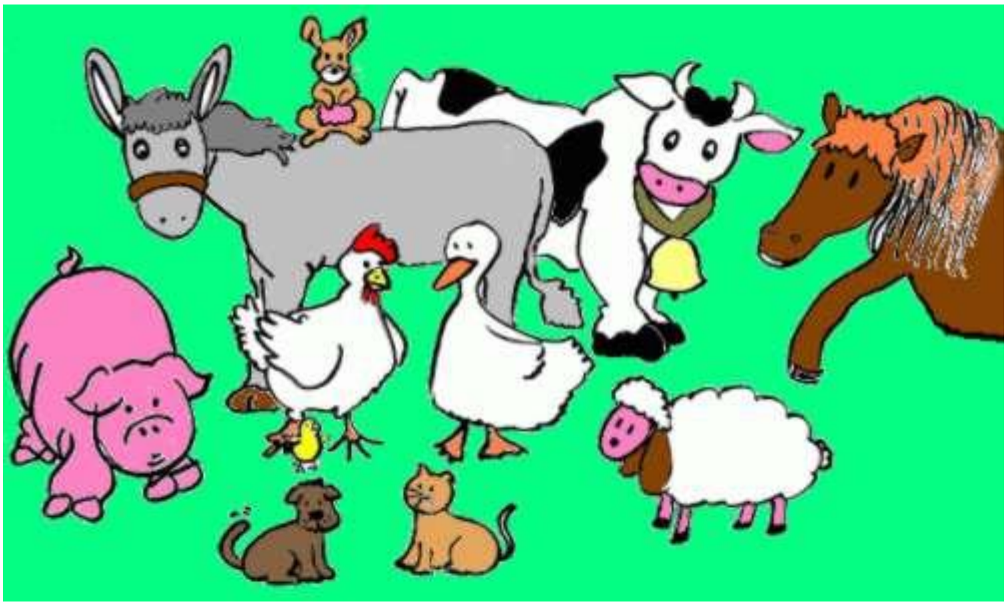


Gioca con me...

Negli ultimi anni ha sollevato molto interesse fra gli appassionati di logica ricreativa una categoria di indovinelli ispirati alla ricerca di monete false. Tra questi ce n'è uno molto noto, proposto in diverse varianti dai testi di enigmistica, che ha intrigato perfino l'arguto tenente Colombo, durante una delle sue indagini, come ricorderanno gli affezionati della nota serie televisiva. Eccone una versione semplice e graziosa. Ci sono dieci sacchetti chiusi, numerati da 1 a 10, ciascuno dei quali contiene monete dello stesso tipo (ad esempio 1 €). In realtà uno dei sacchetti contiene solo monete false, ma non sappiamo qual è questo sacchetto, fra i dieci. Ipotizziamo di sapere quanto pesa una moneta vera e di sapere che ogni moneta falsa pesa un grammo in più del giusto. Avendo a disposizione una bilancia a molla (a un solo piatto), è possibile individuare il sacchetto contenente le monete contraffatte mediante una sola pesata. Come si può fare?

Risolvimi…

In una fattoria, ci sono molte galline e conigli. Si contano complessivamente 22 teste e 62 zampe. Quante galline e conigli ci sono allora nella fattoria?



RACCONTAMI…

La magia del numero aureo

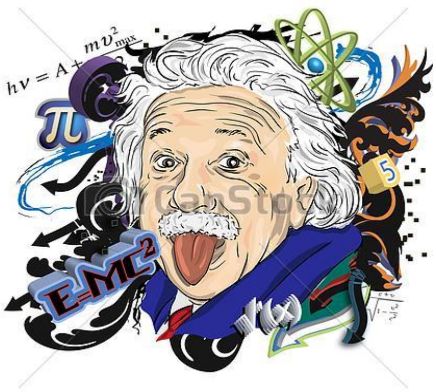
Secondo Keplero la matematica possiede due grandi tesori: il teorema di Pitagora e il rapporto aureo. La proporzione aurea ha sempre affascinato matematici, fisici, naturalisti, architetti, pittori, musicisti, poiché esprime bellezza e armonia estetica. Gli studi su quest'argomento, già noto presso gli antichi Greci, furono pubblicati per la prima volta negli "Elementi" di Euclide.

Anche se non del tutto originale, essendo un compendio delle principali teorie matematiche del suo tempo, gli "Elementi" rappresentano un capolavoro di rigore logico. E' per questo motivo che Euclide viene considerato il padre dell'arte della dimostrazione.

DE GLI
ELEMENTI
D'EVCLIDE
LIBRI QVINDICI.
CON GLI SCHOLII ANTICHI.
Volgarizzati già d'ordine del famosissimo Matematico
FEDERIGO COMMANDINO DA VRBINO,
e con Commentarij illustrati.
Et hora con diligenza reuisti, e ristampati.
DEDICATI AL SERENISSIMO
DON FEDERIGO FELTRIO
DELLA ROVERE PRENCIPE D'VRBINO.

1083

IN PESARO, Appresso Flaminio Concordia. MDCXIX.
CON LICENZA DE' SVPERIORI.
Ad instanza di Gio. Antonio Ingegnieri da Fossombrone.



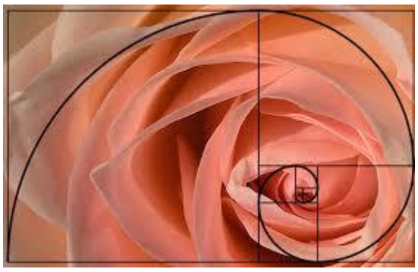
Il fisico Albert Einstein si appassionò alla geometria euclidea sin dalla scuola elementare, e i suoi brutti voti erano spesso dovuti al fatto che trascurava i compiti scolastici per dedicarsi anima e corpo alla lettura di questo testo. Il filosofo e logico Bertrand Russel, che ebbe modo di avvicinarsi agli Elementi all'età di undici anni, descrive quest'esperienza come una delle più cruciali della sua vita, "*entusiasmante come il primo amore*". E si racconta che persino Abramo Lincoln, durante la sua professione forense, decise di allenarsi nella tecnica della dimostrazione leggendo gli Elementi di Euclide. Il che gli costò molte notti insonni *nel proprio studio* del Kentucky!

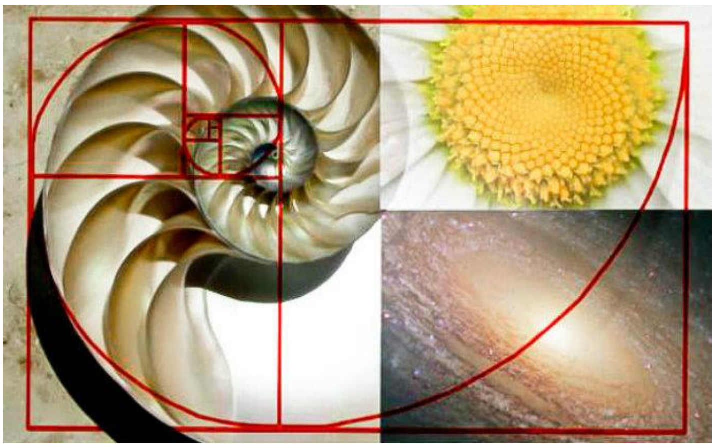
Più volte, negli Elementi, viene nominato il rapporto aureo, che Euclide chiama "proporzione estrema e media". Essa consiste in questo semplicissimo concetto: dato un segmento di estremi A e B, su di esso si deve individuare un punto C che divida la linea in due parti, AC e CB, che devono stare tra loro nella seguente proporzione AC/CB = AB/AC.

A C B

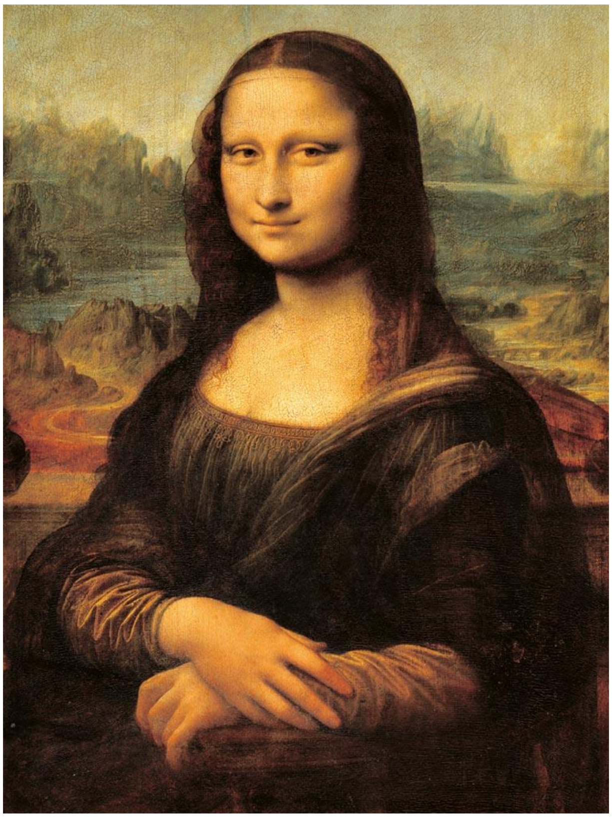
Mediante passaggi algebrici si trova l'esatto valore del rapporto aureo(indicato con la lettera greca φ), pari a φ = 1,6180339887… , che come si vede è un numero irrazionale in quanto, presenta, dopo la virgola, infinite cifre senza un andamento regolare.

Il rapporto aureo, però, non è solo un concetto matematico. Nel corso dei secoli esso ha superato i confini della "scienza esatta" per entrare in altri campi, come quelli delle scienze naturali e dell'arte.
In natura troviamo il numero aureo nella disposizione dei petali della rosa, nella forma della conchiglia, ma anche nei vortici degli uragani e nelle spirali galattiche.



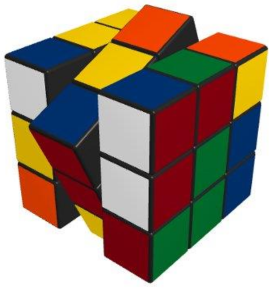


Nella storia dell'arte, dal Rinascimento in poi, molti illustri personaggi hanno fatto ricorso alla proporzione divina per ottenere la perfezione delle proprie opere d'arte.
Nel '400 il matematico e teologo fra Luca Pacioli, nella sua più grande opera "De divina proportione", dedica attenzione al rapporto aureo e alle sue applicazioni alla struttura del corpo umano. E a tale proposito, si rifà all' "uomo vitruviano"(inscritto dentro una circonferenza, con braccia e gambe tese), ideato intorno al 50 a.C. dall'architetto romano Vitruvio e illustrato nel famoso disegno di Leonardo Da Vinci.



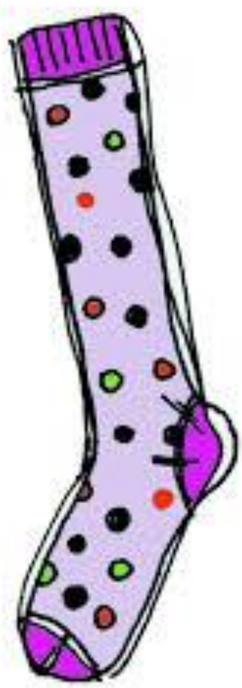
In molti dipinti di Leonardo, come la Vergine delle Rocce e la Monna Lisa, l'autore avrebbe stabilito le proporzioni dei volti usando dei rettangoli aurei, ossia rettangoli in cui il rapporto delle due dimensioni coincide appunto con φ. Pare sia stato lo stesso Leonardo a coniare l'espressione "proporzione divina".
Agli inizi del '900, diversi pittori futuristi e cubisti, tra cui Severino, Picasso e Modigliani, la introdussero nelle loro opere. Figure umane, forme e oggetti venivano vivisezionati e scomposti mediante tecniche geometriche che richiedevano l'uso del numero aureo.

Anche la musica, considerata una branca della matematica, non è rimasta indifferente al fascino della proporzione aurea. Ne sono testimonianza le sonate di Mozart, in quanto nella strutture di molte composizioni del celebra musicista è presente il numero divino. E' vero, infatti, che se esso viene applicato ai rapporti fra note e battute, può contribuire alla gradevolezza di un brano musicale. Ma, probabilmente, la ragione per cui la musica di Amadeus è giudicata "divina", non è solamente merito di φ!



Gioca con me...

In un cassetto ho sistemato alla rifusa 20 calzini bianchi, 20 calzini neri, 20 di colore rosso e 20 di colore verde. Devo sceglierne un paio dello stesso colore, ma è andata via la luce e dunque li prendo a caso dal cassetto. Qual è il minimo colore di calzini che devo prendere per essere sicuro di trovarne almeno due della stessa tinta?



Risolvimi…

Il pasticcere Andrea vuol preparare dei mignon contenenti ciascuno 12 grammi cioccolata, ma di due tipi diversi: bignè e ciambelline. Vuole, però, che il numero dei bignè sia quadruplo di quello delle ciambelline. Avendo a disposizione 0,60 Kg di cioccolata, quante ciambelline, al massimo, può preparare ?

RACCONTAMI…

Come nascono i…numeri reali

Quello dei numeri naturali è l' insieme numerico più semplice che si conosca, ma anche il più importante, poiché esso è il mattoncino su cui si costruisce l'imponente edificio della matematica.
Questo insieme viene indicato con la lettera maiuscola N e i suoi elementi sono: 0,1,2,3,4,5,6,7,… Questi numeri sono chiamati naturali perché ci permettono di quantificare fenomeni naturali e oggetti con i quali abbiamo a che fare nella realtà quotidiana di tutti i giorni. Normalmente diciamo, ad esempio, "sull'albero ci sono dieci mele", "nel vaso ci sono cinque rose", "possiedo due automobili", "Maria ha tre figli", "quel paese ha settemila abitanti" e così via. La grande importanza dei numeri naturali (0, 1, 2, 3, …) sta nel fatto che, partendo da essi, si possono costruire tutti gli altri insiemi numerici: i numeri interi, i numeri razionali e i numeri reali. Come fa un semplice insieme a generare altre classi di numeri molto più ampie? La cosa strana è che questa "virtù" di N nasce proprio da un suo stesso "limite".
Il grande limite dell'insieme dei naturali consiste nel fatto che esso non ci consente di eseguire tutte e quattro le operazioni che conosciamo dalle scuole elementari: somma, differenza, moltiplicazione e divisione. Le uniche due operazioni aritmetiche che possiamo svolgere in N sono la somma e la moltiplicazione. Il motivo è semplice da capire. Teniamo presente che un'operazione è valida in un insieme numerico solo se, eseguita su due qualsiasi elementi dell'insieme, dà come risultato un elemento che sta anch'esso dentro l'insieme. Vediamo cosa accade dentro N. Se sommiamo o moltiplichiamo tra di loro due qualsiasi numeri naturali otteniamo sempre un numero naturale. Se invece facciamo la differenza o la divisione tra due numeri naturali, non è detto che il risultato sia un numero naturale. Ad esempio, non posso sottrarre 5 da 2 e ottenere un numero naturale. E ancora: la divisione di 7 per 2 non mi dà come risultato un numero naturale.

Dunque, per poter effettuare anche le sottrazioni e le divisioni dobbiamo aggiungere agli elementi di N altri numeri che ci consentano di muoverci senza problemi.
Cominciamo con l'aggiungere i numeri negativi, ossia i numeri naturali con il segno meno davanti. Si ottiene così un nuovo insieme, indicato con Z, i cui elementi sono:

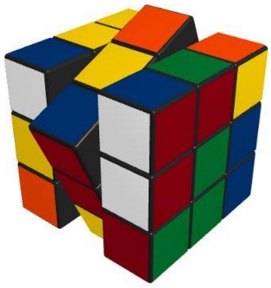
…-n…,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,…n,…

L'insieme Z, detto dei "numeri interi", come si vede, contiene in sé anche l'insieme N dei naturali. In esso è ora possibile eseguire la differenza tra due qualsiasi numeri scelti. Ad esempio, +2 - 5 sarà uguale a -3, che è ancora un numero intero.
Anche i numeri interi hanno, come i naturali, un significato di ordine pratico. Mentre il numero naturale n indica una quantità di oggetti esistente e fisicamente tangibile, il numero intero -n indica una quantità di oggetti pari ad n, ma mancante e non tangibile. Per esempio, se facciamo un estratto conto bancario, le cifre positive indicano quantità di denaro in entrata (ad es. uno emolumento accreditato), mentre i numeri negativi indicano denaro in uscita (soldi prelevati allo sportello o dal bancomat, assegni pagati, etc).
Se usiamo il linguaggio del gioco, possiamo dire che il numero positivo indica una vincita, mentre il numero negativo indica una perdita. In quest'ottica, è facile capire come funzioni il meccanismo della somma tra numeri concordi e discordi. Regola, quest'ultima, con cui molto spesso bisticciano gli studenti nell'ora di matematica. Perciò vale la pena spendere qualche parola su questo argomento.
Facciamo un esempio con due numeri discordi (di segno opposto). Sappiamo che
8 – 5 = 3. E infatti, immaginando di giocare a carte, se vinco alla prima mano 8 euro e alla seconda ne perdo 5, alla fine ho vinto 3 euro. Ma se vado a vedere quanto fa 5 – 8, allora il calcolo può generare confusione. Se invece pensiamo semplicemente in termini di vincite e di perdite, non ci possiamo sbagliare. Immaginando infatti di giocare ancora a carte, alla prima mano vinco 5 euro, alla seconda mano ne perdo 8, in definitiva ho perso 3 euro. Quindi il risultato dell'operazione 5 – 8 sarà – 3.
Adesso, lavoriamo con due numeri concordi (cioè di segno uguale). Non c'è dubbio che 4 + 6 = 10. Ma quanto fa – 4 – 6? Rifacendoci al gioco di prima, alla prima mano ho perso 4 euro e alla seconda mano ho perso 6 euro (N.B. entrambi i numeri negativi indicano perdite) in totale ho perso 10 euro.

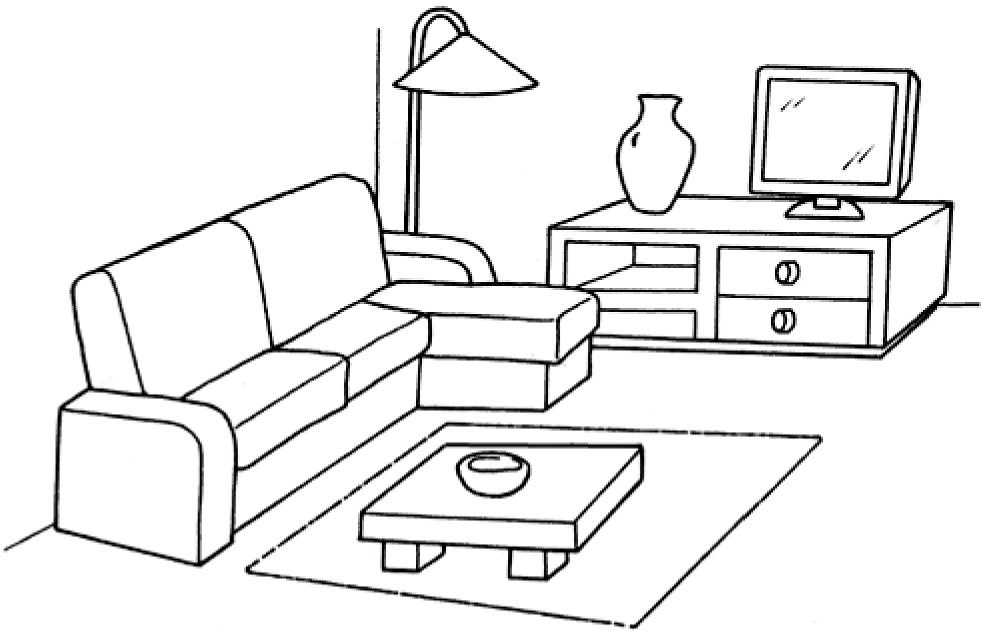
Quindi, il risultato dell'operazione è – 10. Appare chiaro, pertanto, qual è la regola per sommare due numeri interi. Se essi sono discordi, il segno complessivo sarà dato dal segno del numero più grande, poiché è ovvio che se la vincita è stata più forte della perdita, il risultato finale delle due giocate sarà una vincita. E, analogamente, se la perdita è stata più forte della vincita, alla fine mi ritrovo in perdita. Il numero finale sarà dato dalla sottrazione tra il numero maggiore e il numero minore.
Invece, se i due numeri hanno segno uguale, questo stesso segno precederà il risultato complessivo, poiché è chiaro che due vincite danno luogo a una vincita e due perdite danno luogo a una perdita; mentre il numero finale sarà dato dalla somma dei due numeri.
Se, infine, la vincita e la perdita sono state uguali, alla fine non ho né vinto né perso. Ecco perché la somma di due numeri opposti (es. -5 + 5) si dice uguale a zero.
Tuttavia, anche l'insieme Z ha i suoi limiti. Anche se l'introduzione dei numeri negativi ci consente di effettuare liberamente l'operazione di sottrazione (oltre, alla somma e al prodotto) resta ancora tagliata fuori la divisione. Infatti, dati due qualsiasi numeri interi, uno scelto come dividendo e l'altro come divisore, non è detto che la divisione dia ancora un intero (ad es. 5 diviso 2). Ciò significa che neppure l'insieme Z è adeguato per effettuare le quattro operazioni e che bisogna ampliarlo aggiungendovi altre entità numeriche opportune.
Per poter effettuare la divisione, introduciamo perciò i numeri razionali, meglio noti come "frazioni". Una frazione si esprime con a/b, essendo b un numero intero diverso da zero.
Certamente, l'insieme dei numeri razionali, indicato con Q, contiene l'insieme Z degli interi, poiché ogni numero intero si può esprimere come frazione (impropria). Ad esempio, il numero 5 si può scrivere anche come 10/2, il numero - 3 si può esprimere come -21/7. E' chiaro quindi che dividendo una qualsiasi frazione per ogni altra frazione (tranne che per zero) siamo sicuri di ottenere sempre una frazione.
Abbiamo così ottenuto un insieme, Q, che ci soddisfa almeno dal punto di vista dell'eseguibilità delle quattro operazioni. Facciamo, ora, uno "zoom" sui razionali, per vedere meglio come siano fatti. Consideriamo, ad esempio, la frazione 12/5. Se eseguiamo la divisione di 12 per 5, otteniamo come risultato 2,4, che è un numero decimale finito (cioè con un numero di cifre finito dopo la virgola). Da notare che anche ogni numero intero si può considerare un

numero decimale finito (ad esempio 3 si può vedere come 3,0). Se consideriamo 5/3, dividendo 5 per 3 otteniamo 1,66666…, che è un numero periodico. Chiariamo che un numero si dice periodico se, dopo la virgola, presenta un numero o un gruppo di numeri che si ripete all'infinito. Altri casi non se ne possono presentare. Cioè, qualsiasi frazione a/b dà luogo ad un numero decimale finito (eventualmente intero), oppure ad un numero periodico. Ma è vero anche il contrario, che cioè tutti i numeri decimali finiti e i numeri periodici si possono esprimere come frazioni.
Ciò che è stato detto finora si può riassumere concludendo che l'insieme dei numeri razionali (o delle frazioni), Q, è formato da tutti e soli i numeri decimali finiti o periodici. Tuttavia, anche le frazioni hanno dei "limiti": non ci consentono di misurare la lunghezza di una circonferenza o l'area di un cerchio, nonché altre entità matematiche di notevole importanza. Allora che fare? Ancora una volta cercheremo di superare l'ostacolo facendo di Q un insieme più ampio. Vediamo in che modo. Quando ci siamo riferiti ai numeri decimali, abbiamo limitato l'attenzione solo ai decimali finiti e a quelli periodici, cioè all'insieme Q. Però ne esiste anche una terza tipologia: i numeri decimali infiniti, ossia quelli che presentano una quantità infinita di cifre dopo la virgola, senza un andamento periodico. Tali numeri sono chiamati "irrazionali". Se uniamo tutti i numeri razionali e quelli irrazionali in un unico insieme, otteniamo un'infinità molto più ampia, R, che è l'insieme dei numeri reali. Questo insieme numerico è in assoluto il più grande che si possa considerare in una sola dimensione.

Gioca con me...



C'è una stanza chiusa e completamente buia, con una lampadina che pende dal soffitto. Sul muro esterno della stanza sono posti tre interruttori, di cui uno solo può far accendere la lampadina. All'esterno c'è un tale cui viene chiesto di indovinare quale dei tre pulsanti è quello giusto, tenendo presente che ha la possibilità di provare con due soltanto dei tre interruttori e di guardare una sola volta dentro la stanza.
Come può fare?



Risolvimi…

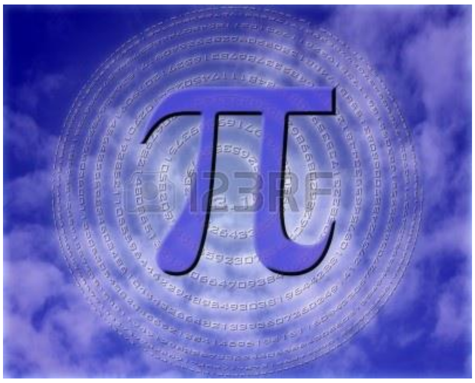
Dario acquista un automobile che costa 24.000 euro. Paga subito i 5/8 dell' intero importo e il resto lo pagherà con rate mensili di 300 euro. In quanti mesi salderà il suo debito?

RACCONTAMI…

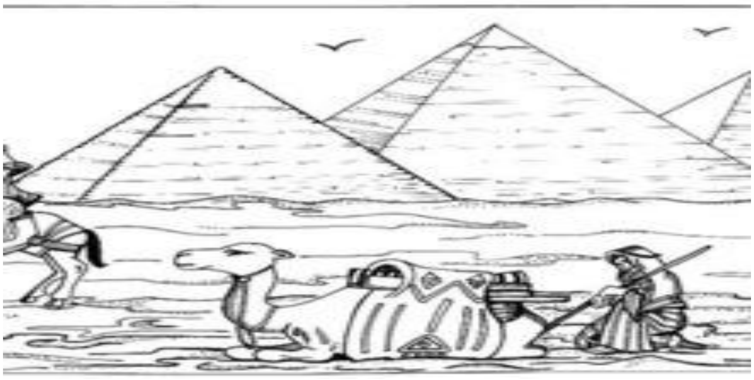
p-greco e l' "irrazionale" nella matematica

Furono i seguaci di Pitagora a scoprire l'esistenza dei numeri irrazionali. Queste entità misero in crisi il concetto di infinito della filosofia greca, tanto che a Pitagora fu proibito di diffondere queste idee, ritenute "blasfeme". Vediamo alcuni esempi di numeri irrazionali. Tra questi ce ne sono alcuni molto famosi e importanti, come π (pi greco), il più noto numero irrazionale. Esso esprime il rapporto costante tra la circonferenza e il diametro del cerchio, e misura: 3,14159265358979…

Il valore 3,14, che viene solitamente utilizzato nei problemi di geometria, è soltanto un'approssimazione del valore reale di π, che presenta invece infinite cifre decimali senza un andamento regolare.
L'interesse dei matematici per il numero π ha origini lontanissime nel tempo. Già nel II millennio a.C. i babilonesi calcolarono una stima di π pari a 3,125…
Anche gli antichi egizi si interessarono al π, come testimonia il Papiro Rhind, un documento contenente ottantasette problemi matematici, che è una preziosa testimonianza della matematica egizia.



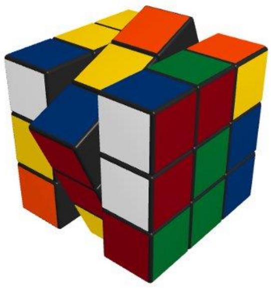
La stima di π compare nel cinquantesimo problema, dove viene affrontato lo studio dell'area di un campo circolare. Per π gli egizi fornirono un'approssimazione pari a 3,1604…, molto vicina al valore reale. Qualche egittologo ipotizza, addirittura, che π sia stato utilizzato nel progetto di costruzione della piramide di Cheope, la maggiore delle tre grandi piramidi realizzate intorno al 2500 a.C., per custodire le spoglie dei faraoni: una straordinaria opera architettonica che richiese l'impiego di milioni di tonnellate di pietra, diecimila operai e oltre vent'anni di lavoro.



Questa teoria sul π e la Grande Piramide fu avanzata per la prima volta nel 1800 da H. Agnew, nell'opera "Lettera da Alessandria sulle prove dell'applicazione pratica della quadratura del cerchio nella configurazione delle Grandi Piramidi d'Egitto". Secondo lo studioso, il rapporto tra il perimetro di base della piramide e l'altezza sarebbe proprio 2π, anche se, in realtà, non ci sono prove certe del fatto che π sia entrato a far parte dei calcoli della Grande Piramide per volontà dei progettisti.
Leggendo la Bibbia, nell'Antico Testamento, scopriamo che anche gli Ebrei conoscevano il rapporto tra la lunghezza della circonferenza e il diametro, cui attribuivano il valore 3.

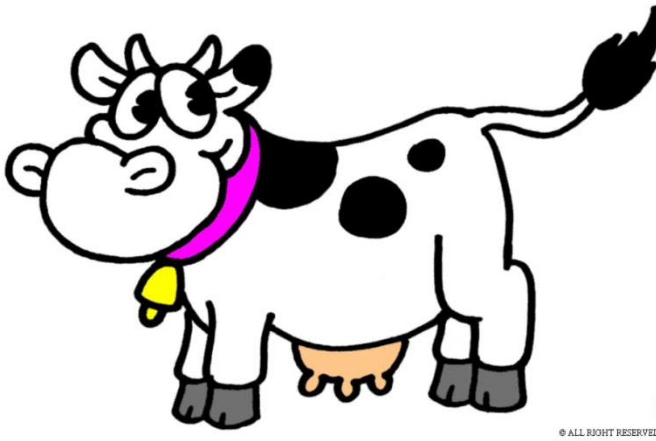
Il fascino che pi greco ha sempre esercitato sui matematici di tutti i tempi è ben spiegato da un pensiero di Martin Gardner: "*Il numero pi greco, correttamente interpretato, contiene l'intera storia dell'umanità*".

In anni più recenti, grazie alla potenza dei computer, sono state calcolate le prime 1.241.100.000.000 cifre decimali di π.
Nel 1988, presso il celebre Museo delle Scienze di San Francisco, il fisico Larry Shaw organizzò la prima celebrazione in onore di π. La cosa più curiosa fu la scelta della data, il 14 marzo (3.14 nella notazione anglosassone), che tra l'altro è anche l'anniversario della nascita di Albert Einstein.
Da allora ogni anno, in questo giorno, la celebrazione viene ripetuta in numerose scuole e università di tutto il mondo. Anche in Italia diverse città propongono interessanti iniziative, come giochi, festeggiamenti e manifestazioni di vario tipo, per promuovere il giorno di π nelle scuole e per incoraggiare lo studio della matematica tra i giovani. Nel 2009, la Camera dei rappresentanti degli Stati Uniti d'America ha riconosciuto ufficialmente il pi-day come giornata scientifica da festeggiare in tutto il mondo.



Gioca con me...

In una stalle ci sono 8 pastorelle che, disposte in cerchio, mungono 8 mucche, ognuna munita di secchio. Dopo la mungitura dovranno portare il latte al proprietario della fattoria, perciò decidono che si ripartiranno il contenuto in parti uguali, per evitare che qualcuna di loro possa essere accusata dal capo di essere pigra. I secchi che si sono procurate possono contenere, in senso orario, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 litri di latte. A fine mungitura, vedono che i secchi 4, 5, 6 e 9 sono pieni, e gli altri vuoti. Per ripartirsi il latte, lo travasano da un secchio a quello adiacente nel cerchio. Come possono fare in modo che ogni secchio contenga esattamente tre litri di latte?



Risolvimi…

La mamma di Paola legge nella ricetta della torta salata i seguenti ingredienti, per 4 persone:

600 g di farina (tipo 00)

40 grammi di lievito

35 grammi di olio

100 grammi di formaggio

200 grammi di prosciutto cotto

2 dl di acqua

Poiché a casa di Paola dovranno cenare 7 persone, quali saranno le nuove dosi per la preparazione della torta?

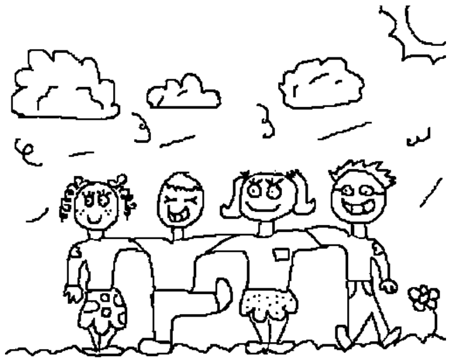
RACCONTAMI…

La storia dei numeri amici

Nell'insieme dei numeri naturali, i matematici hanno gareggiato in ogni secolo a individuare delle famiglie "speciali", caratterizzate da particolari proprietà.
Vediamone alcune tra le più note, partendo dall'insieme dei numeri perfetti.
Quand' è che un numero si dice "perfetto"? Un numero si dice "perfetto" se coincide con la somma dei suoi divisori, escluso il numero dato. Da questa definizione si deduce subito che il primo numero naturale perfetto è il 6, poiché i suoi divisori (escluso 6) sono: 1, 2 e 3, che sommati danno appunto 6.
Subito dopo troviamo:

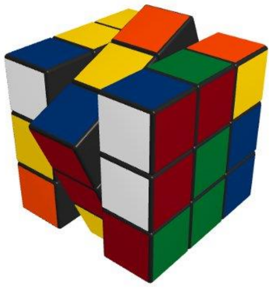
28 = 1+2+4+7+14,
496 = 1+2+4+8+16+31+62+124+248,
8128 = 1+2+4+8+16+32+64+127+254+508+1016+2032+4064.

Come i precedenti quattro numeri, tutti i numeri perfetti finora conosciuti terminano per 6 e per 8, anche se in generale non c'è alternanza.
Pare che già Pitagora conoscesse tali numeri, ma ufficialmente una loro prima apparizione scritta la si trova negli Elementi di Euclide (300 a.C.).
Per i pitagorici il 6, primo numero "perfetto", era il numero della Creazione.
A tal proposito Tito Livio riporta una frase di Sant' Agostino: " *Sei è di per sé un numero perfetto, non perché Dio creò tutte le cose in sei giorni; è vero semmai il contrario; Dio creò tutte le cose in sei giorni perché questo è il numero perfetto".*
Nel 1536, Huldarichus Regius scoprì il quinto numero perfetto: 33550336.
Attualmente, si conoscono 39 numeri perfetti, che sono stati pubblicati in "Magia dei Numeri". Il 39° numero perfetto, che è stato scoperto nel 2001, ha oltre quattro milioni di cifre.
Conosciamo, ora, un'altra famiglia di numeri magici: i numeri "amici".



Due numeri naturali si dicono “amici” se la somma dei divisori di ciascuno dei due numeri, escluso il numero dato, è uguale all’altro numero. Scorrendo l’elenco dei numeri naturali, i primi numeri amici che si incontrano sono 220 e 284. Infatti, i divisori di 220 (escluso 220) sono: 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55, 110, la cui somma è 284. Mentre, i divisori di 284 (escluso 284) sono: 1, 2, 4, 71, 142, la cui somma è 220. Questa coppia di numeri è nota fin dall’antichità. Presso talune popolazioni, essa veniva considerata simbolo di amore e di concordia. Gli Arabi, per esempio, usavano incidere i numeri 220 e 284 sui frutti da regalare alla persona amata. Nel Medioevo la coppia 220-284 campeggiava su talismani e amuleti d’amore. E Pitagora, addirittura, la utilizzava per definire il suo concetto di amicizia. *“Un amico* - diceva *– è uno che sia l’altro me stesso, come sono 220 e 284”.*
Nel corso dei secoli, i grandi matematici si sono alternati alla ricerca di altre coppie di numeri amici. Descartes trovò la coppia 9363584, 9437056, mentre Fermat identificò: 17296 e 18416. E, nel 1700, Eulero pubblicò un elenco di 64 coppie di numeri amici.
Attualmente si conoscono 11222079 coppie di numeri di questa famiglia. Molti esempi se ne possono trovare sul sito “Mathematician’s Secret Room” di Hisanori Mishima.

Gioca con me...



Immaginate di avere tre scatole contenenti una due palline bianche, una due palline nere e la terza una pallina nera e una bianca.
Le scatole hanno segnate sul coperchio, per riconoscimento, le lettere- BB, NN, BN – ma qualcuno, per errore, ha scambiato i coperchi in modo che nessuno di essi corrisponde più al contenuto della scatola. E' possibile, estraendo una sola pallina, a piacere da una delle scatole, senza però guardare l'interno, scoprire il contenuto delle tre scatole. Come fareste?

Risolvimi…

Un bicchiere di latte di mandorla pesa 150 g. Se il 92% di questa bevanda è costituito da acqua e l' 8% è pasta di mandorle, quanti grammi di pasta di mandorle occorrono per ottenere 15 bicchieri di bevanda?

RACCONTAMI...

Stranezze matematiche!

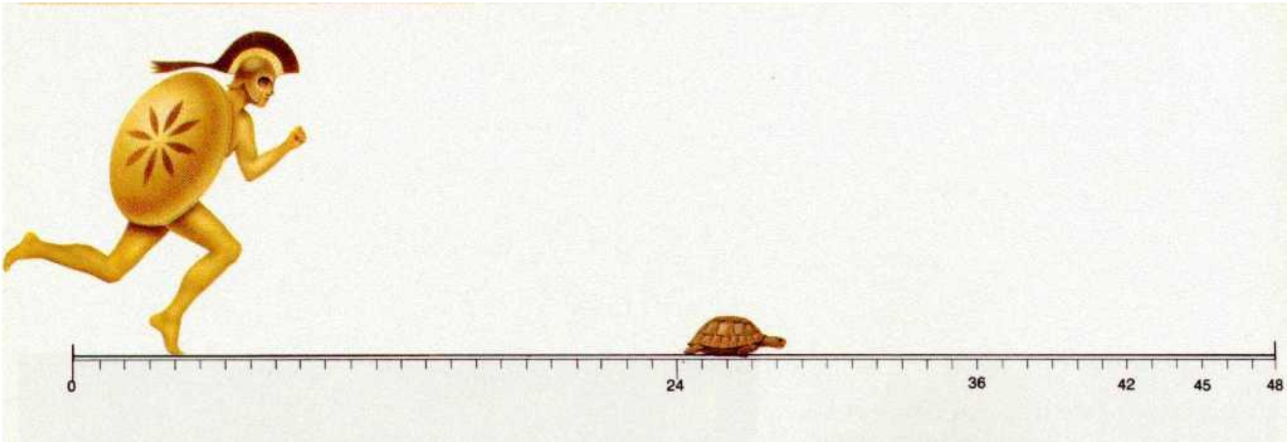
Il termine "matematica" è da sempre sinonimo di certezza, rigore, coerenza. Anche nel linguaggio corrente, per esprimere la fondatezza di un concetto, ci si appella alla frase: " E' matematico, come 2 + 2 fa 4".
Ma fino a che punto si può spingere la certezza matematica? La storia della matematica ha conosciuto non soltanto momenti di febbrili ricerche ed importanti scoperte, ma ha anche attraversato momenti critici in cui alcuni suoi principi basilari vennero rimessi in discussione.
Furono i paradossi e le antinomie ad aver messo in forse, nel corso della storia scientifica, la inossidabilità della matematica.

In matematica si fa distinzione tra antinomia e paradosso: quest'ultimo è una proposizione eventualmente dimostrata e logicamente coerente, anche se la conclusione contrasta con il senso comune o è smentita dall'evidenza empirica, mentre l'antinomia è una vera e propria contraddizione, come in filosofia.
Esempi di altri paradossi, oltre a quello classico di Zenone, si riscontrano nella vita di tutti i giorni. Molto noto, per esempio, è il paradosso dell'Artico: l'aumento di temperatura globale, che porta allo scioglimento dei ghiacci dell'Artico, causa il raffreddamento dell'Europa!

Altri paradossi si basano sull'imperfezione dei sensi. E' noto, per esempio, l'esperimento delle mani immerse nell'acqua, una in una bacinella contenente acqua calda, e l'altra in una bacinella contenente acqua fredda. Mettendo, dopo alcuni minuti, entrambe le mani nella stessa bacinella contenente acqua tiepida, si avranno sensazioni contrastanti: una sensazione di freddo la prima mano, di caldo la seconda.
L'antinomia è un particolare tipo di paradosso che indica la compresenza di due affermazioni contraddittorie, ma che possono essere entrambe dimostrate e giustificate.
Famosa è l'antinomia del mentitore, attribuita al cretese Epimenide, ritenuto uno dei sette sapienti dell'antichità. Egli afferma che tutti i Cretesi sono mentitori. Epimenide dice la verità o mente?
Se dicesse la verità, essendo cretese, mentirebbe. Se, invece mentisse, significherebbe che tutti i Cretesi non sono mentitori, e quindi egli direbbe la verità.
Un'altra celebre antinomia è quella del barbiere.

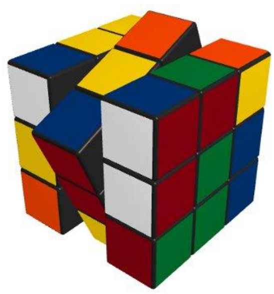
In un villaggio viveva un barbiere che aveva l'obbligo di radere tutti e soli quelli che non si radevano da sé. Il barbiere non sapeva come regolarsi per quanto riguardava se stesso: doveva o non doveva radersi? In un primo momento pensò che dovesse radersi, ma poi rifletté sul fatto che così facendo egli diveniva uno di coloro che si radevano da sé, e questo non gli era consentito. Pensò, dunque, di non doversi radere. Ma in questo caso diveniva uno di coloro che non si radevano da sé, e quindi era obbligato a radere se stesso. Egli, pertanto, era contemporaneamente obbligato a radersi e a non radersi!
Fin dall'antichità, l'insorgere di un'antinomia in una teoria o in un ragionamento era considerato l'equivalente di una falsificazione, dovuta ad errori o imprecisioni del linguaggio.

Il più celebre paradosso della storia è quello di Achille e la tartaruga. Esso fu proposto nel V secolo a.C., da Zenone di Elea, in difesa della tesi del suo maestro Parmenide, per il quale il movimento era soltanto un' illusione.
Zenone, sostanzialmente, cerca di dimostrare che un corpo in movimento, partendo da una posizione di vantaggio, non può essere mai raggiunto da un altro corpo mobile più veloce.



Ecco il paradosso: l'omerico "piè veloce" Achille e una tartaruga si sfidano ad una gara di corsa. Achille, essendo velocissimo, concede 10 metri di vantaggio alla sua avversaria. Egli, per ogni metro percorso dalla tartaruga, ne percorre dieci. Zenone, convinto che il movimento fosse solo un' illusione ingannevole, concludeva che la tartaruga non avrebbe potuto mai essere raggiunta da Achille, poiché, ogni volta che quest'ultimo arrivava al punto occupato dalla tartaruga, essa nel frattempo si spostava e occupava una nuova posizione.
Ma veniamo ad un esempio più moderno e attinente al mondo dei ragazzi.
Vi raccontiamo il famoso "paradosso del compleanno". Forza, tirate fuori gli appunti di calcolo delle probabilità.
Vi sarà sicuramente capitato, stando in un gruppo di una ventina di persone(ad esempio, in una classe scolastica o tra gli invitati a una festa di compleanno) di notare che due o più persone compivano gli anni nello stesso giorno del calendario. E la coincidenza vi avrà senz'altro meravigliato.
Eppure, secondo la teoria delle probabilità, la cosa non è poi così sorprendente. Infatti, si può verificare con dei semplici calcoli matematici che in un gruppo formato, per esempio, da 23 persone, si ha più del 50% di probabilità che almeno due di esse siano nate nello stesso giorno dell'anno.

Supponiamo di avere, appunto, un insieme di 23 persone qualsiasi. Ci chiediamo qual è la probabilità che tutte e 23 siano nate in giorni differenti. Spesso, infatti, per calcolare la probabilità di un evento, si preferisce calcolare la probabilità dell'evento contrario e poi sottrarre questo numero a 1(che è la probabilità dell'evento certo).
Consideriamo le persone una alla vola.
La persona 1 può compiere gli anni in un giorno qualsiasi dei 365;
la persona 2 ha probabilità di compiere gli anni in un giorno diverso dal precedente, pari a 364/365;
la persona 3 compie gli anni in giorni diversi dai precedenti 2 con probabilità 363/365;
e così via, fino ad arrivare alla persona 23 che compie gli anni in giorni diversi dai precedenti 22 con probabilità (365-22)/365 = 343/365.
Poiché le nascite delle 23 persone sono eventi indipendenti tra di loro, la probabilità complessiva dell'evento "Tutti e 23 sono nati in giorni differenti" si ottiene dal prodotto delle singole probabilità: p = 364/365 * 363/365 * ……343/365 = 0. 492702.
Pertanto, la probabilità dell'evento complementare, cioè che almeno 2 persone siano nate nello stesso giorno dell'anno, sarà 1 – 0. 492702 = 0. 507298, che equivale a poco più del 50%.



Gioca con me...

Questo quesito è stato dato qualche anno fa ad un concorso per carabinieri.

Ve lo proponiamo.

Completate lo schema, evitando la risposta scontata del 2:

12 $\longrightarrow$ 6

10 $\longrightarrow$ 5

8 $\longrightarrow$ 4

6 $\longrightarrow$ 3

4 $\longrightarrow$?

Risolvimi…

Per costruire un ponte occorrono 12. 978 persone, tra ingegneri, tecnici e operai; ogni ingegnere è responsabile di 20 tecnici, ogni tecnico è responsabile di 35 operai. Quanti sono gli ingegneri?

RACCONTAMI…

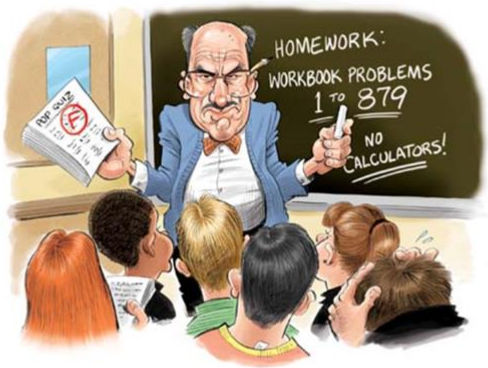
Quei prof. che bisticciano coi numeri !

Molte persone identificano erroneamente la matematica con l'abilità di far di conto. E invece spesso accade che persone molto brave in matematica trovino difficoltà nell'eseguire semplici calcoli.

Il grande matematico tedesco E. Krummer era un po' debole in aritmetica. Quando gli capitava di avere a che fare con semplici conti, durante i suoi corsi, chiedeva sempre l'aiuto dei suoi studenti.

Una volta si trovò davanti all'operazione 7 x 9. "7x9", cominciò "7x9 fa, umh – ah – ah – 7x9 fa…"

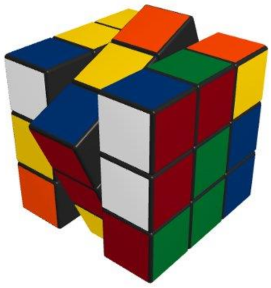
61, suggerì uno studente. Krummer scrisse 61 sulla lavagna. "Mi scusi", disse un altro studente "ma dovrebbe fare 69".



"Per favore signori", disse allora Krummer "non possono essere entrambi- o è l'uno o è l'altro" (Da "Personaggi e paradossi della matematica", di David Welles).

Marcus du Sautoy racconta che, nell'800, un gruppo di eminenti matematici riuniti a Vienna presso lo Schrodinger Institute, per discutere su possibili collegamenti tra la geometria di Riemann e la fisica quantistica, prima della conferenza si incontrarono davanti ad una lavagna per svolgere una dimostrazione. Ebbene, dovettero ripetere più volte i passaggi perché continuavano a compiere banali errori di calcolo!

Defaillance di questo tipo si possono facilmente spiegare alla luce di quanto scrive il matematico Conrey: *" Capita a volte, dopo anni di ragionamenti astratti in cui di rado si fa ricorso alle tavole pitagoriche che abbiamo imparato da bambini, che i matematici non siano proprio dei draghi nei calcoli aritmetici"*.(da "L'enigma dei numeri primi", di Marcus Du Sautoy).



Gioca con me...

Come si fa ad ottenere da un pan di Spagna di forma circolare otto fette uguali con soli tre tagli?

Risolvimi…

Al mercatino dell' antiquariato, un commerciante vende per 80 euro un mobiletto d' epoca che aveva pagato 70 euro. Poi ci ripensa, riacquista il mobiletto per 90 euro e lo rivende a 100 euro. Alla fine ci ha perso o guadagnato? Quanto?

BIBLIOGRAFIA

"Matematica con…"; Loescher

"La sezione aurea", Mario Livio

"Il mistero dei numeri primi", Marcus De Sautoy

"Enigmi e giochi matematici"; Martin Gardner

" Giochi matematici, enigmi e rompicapi", Ian Stewart

I disegni sono stati scelti dal web ad esclusivo uso scolastico.

"Cosa è la matematica, dopotutto, se non la soluzione di un indovinello?"

Martin Gardner

A cura del Laboratorio didattico "IIS Costanzo".